

Welches Gefäß läuft zuerst leer?

Eine Übung zur Integration

Wir betrachten eine bis zum Rand mit Wasser gefüllte Halbkugel vom Radius r . Daneben stehen ebenfalls bis zum Rand gefüllte Gefäße, und zwar

- a) ein Zylinder vom Radius r ,
- b) ein auf der Spitze stehender gerader Kreiskegel mit Öffnungswinkel 90° und
- c) ein ebensolcher Kreiskegel, der aber auf seiner Grundfläche steht.

1. Wie hoch sind die beschriebenen Gefäße, wenn alle die gleiche Wassermenge enthalten?

An den Gefäßen werden Öffnungen so angebracht, dass die Ausflussgeschwindigkeit^a v des Wassers nur noch von der Höhe y der Wassersäule abhängt; in allen Gefäßen sei also $v = a\sqrt{y}$ mit ein und derselben Konstanten a .

2. In welcher Reihenfolge laufen die Gefäße leer?

^aDie Ausflussgeschwindigkeit hängt i.a. von der Größe und Form der Öffnung, von der Form des Gefäßes, von der Viskosität der Flüssigkeit und von der Höhe y des Flüssigkeitsspiegels ab. Bis auf die letzte Abhängigkeit seien alle anderen durch Form und Größe der Ausflussöffnung so berücksichtigt, dass sie in einer Konstanten a zusammengefasst werden können.